

РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ И ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ СТАЦИОНАРНЫХ МНОГОМЕРНЫХ ЗАДАЧ АНИЗОТРОПНОЙ ДИФФУЗИИ

Проконина Е. В.

*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
e-mail: helen.prokonina@mail.ru*

Дифференциальные уравнения в частных производных, в частности, уравнения эллиптического типа, имеют широкий спектр приложений в задачах анизотропной диффузии. В большинстве практически значимых случаев найти точное решение этих уравнений не представляется возможным, поэтому широкое применение получили приближённые численные методы

В данной работе рассматриваются вопросы построения разностных схем и итерационных методов решения трехмерных эллиптических задач со смешанными производными и разрывными коэффициентами. На основе сравнительного анализа различных вариантов аппроксимации смешанных производных были получены эвристические критерии адекватности дискретных моделей слоистых анизотропных сред. Показана зависимость скорости сходимости итерационных методов реализации дискретной задачи от способа аппроксимации смешанных производных. Предложен итерационный алгоритм на основе метода би-сопряженных градиентов со спектрально оптимальным переобуславливателем Фурье–Якоби, использование которого позволяет практически устранить рост числа итераций для достижения заданной точности при уменьшении шага сетки и сильной неоднородности коэффициентов задачи [1]. Данный тип переобуславливателя является комбинацией стандартного переобуславливателя Якоби в виде диагональной матрицы из элементов диагонали матрицы решаемой задачи, и семидиагональной разреженной матрицы, соответствующей однородной изотропной задаче Дирихле. Обращение второй из матриц эффективно реализуется с помощью алгоритма быстрого дискретного преобразования Фурье [3], откуда происходит и название данного типа переобуславливателя [2].

В качестве тестовых примеров были рассмотрены три физических модели: задача анизотропной диффузии с гладкими коэффициентами и задачи для потенциала в проводящей анизотропной слоистой сфере и тонком анизотропном кольцевом проводнике в окружении слабопроводящей изотропной среды.

На основе численных экспериментов выявлено, что наибольшую стабильность сходимости итерационных методов демонстрируют схемы, в которых шаблоны для аппроксимации анизотропной составляющей оператора диффузии согласованы со стандартными шаблонами для изотропных задач (усреднение коэффициентов при смешанных производных производится на одном и том же множестве точек шаблона, что и в изотропной задаче).

Литература

1. Turovets, S. A 3D Finite-Difference BiCG Iterative Solver with the Fourier-Jacobi Preconditioner for the Anisotropic EIT / EEG forward problem. Computational and Mathematical Methods in Medicine / S. Turovets, V. Volkov, A. Zherdetsky, A. Prokonina and A. Malony (to be published February 2014).

1. Glowinski, R. A fictitious domain method for Dirichlet problem and applications. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering/R. Glowinski, T. W. Pan, J. Periaux, 111(3), 1994.– P.283 – 303.